九州大学 工学部地球環境工学科
船舶海洋システム工学コース

海事統計学　第10回 （担当：木村）

標本分布3 （分散の区間推定・カイ2乗分布）

授業の資料および演習・例題等の解答は

http://sysplan.nams.kyushu-u.ac.jp/gen/index.html

【練習問題】

（1） ある工場の生産ラインから出てくる部品１００個を無作為に選んで検査をしたところ、２５個が不良品だった。この生産ラインの不良品率 p の95%信頼区間を求めよ。

（2） ある製品を1個作るのに要する時間を測定して、以下の結果を得た:

１３， ８， ９， １１， ９ （分）

この時間の真の期待値 μ の95%信頼区間および99%信頼区間を求めよ。
ただしこの時間の分布は正規分布から発生しているものとする。

【練習問題】

（1） ある工場の生産ラインから出てくる部品100個を無作為に選んで検査をしたところ、25個が不良品だった。この生産ラインの不良品率 p の95%信頼区間を求めよ。

母比率 p の区間推定

↓

標準正規分布表を利用

（2） ある製品を1個作るのに要する時間を測定して、以下の結果を得た：

13，　8，　9，　11，　9　（分）

この時間の真の期待値 μ の95%信頼区間および99%信頼区間を求めよ。
ただしこの時間の分布は正規分布から発生しているものとする。

正規分布の期待値 μ の区間推定

↓

t分布表を利用

【練習問題】

（１） ある工場の生産ラインから出てくる部品１００個を無作為に選んで検査をしたところ、２５個が不良品だった。この生産ラインの不良品率 p の95%信頼区間を求めよ。

母比率 p の区間推定

標準正規分布表を利用

$$\bar{x} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

正規分布表より $1-\alpha = 0.95$

となるような $z\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1.96$

$$\bar{x} - 1.96 \times \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{100}} \le p \le \bar{x} + 1.96 \times \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{100}}$$

$$0.165 \le p \le 0.335$$

（2） ある製品を1個作るのに要する時間を測定して、以下の結果を得た:

１３， ８， ９， １１， ９ （分）

この時間の真の期待値 μ の95%信頼区間および99%信頼区間を求めよ。
ただしこの時間の分布は正規分布から発生しているものとする。

正規分布の期待値 μ の区間推定

t分布表を利用

標本平均 $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots , + x_n}{n} = 10$

標本不偏分散 $U^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 4$

データ数 n =5 のとき、自由度 4

t分布表より、自由度4 の t が -2.776 と +2.776
の間の値をとる確率は 95% つまり

$$t_4\left(\frac{0.025}{2}\right) = 2.776$$

t分布表より、自由度4 の t が -4.604 と +4.604
の間の値をとる確率は 99% つまり

$$t_4\left(\frac{0.005}{2}\right) = 4.604$$

$$\bar{x} - \frac{U}{\sqrt{n}}\, t_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \le \mu \le \bar{x} + \frac{U}{\sqrt{n}}\, t_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

標本から母数に関する情報を得る（分散の推定）

同一な正規分布の独立な試行で得られた n 個のデータ $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ について、

平均値 $\dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$ と分散の推定値 $\boxed{U^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$ を計算する

データの平均で代用

この U^2 はどんな分布？
とりうる値の範囲は？

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \overline{x}}{\sigma}\right)^2 = \frac{(n-1)U^2}{\sigma^2}$$

は自由度 n-1 の $\boxed{}$ である

未知母数

標本数 n＋1

$\boxed{}$ の確率密度関数（自由度n）

$$f(x) = \frac{1}{2\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

ガンマ関数

● 自由度 n の場合、
平均値は　n
分散は　 2n

● n→∞の極限では
正規分布になる

標本から母数に関する情報を得る（分散の推定）

同一な正規分布の独立な試行で得られた n 個のデータ $x_1, x_{2,} \cdots, x_n, \cdots$ について、

平均値 $\dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$ と分散の推定値 $\boxed{U^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$ を計算する

データの平均で代用

この U^2 はどんな分布？
とりうる値の範囲は？

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \overline{x}}{\sigma}\right)^2 = \frac{(n-1)U^2}{\sigma^2}$$

は自由度 n-1 の **カイ2乗分布** である

未知母数

χ^2分布 の確率密度関数（自由度n）

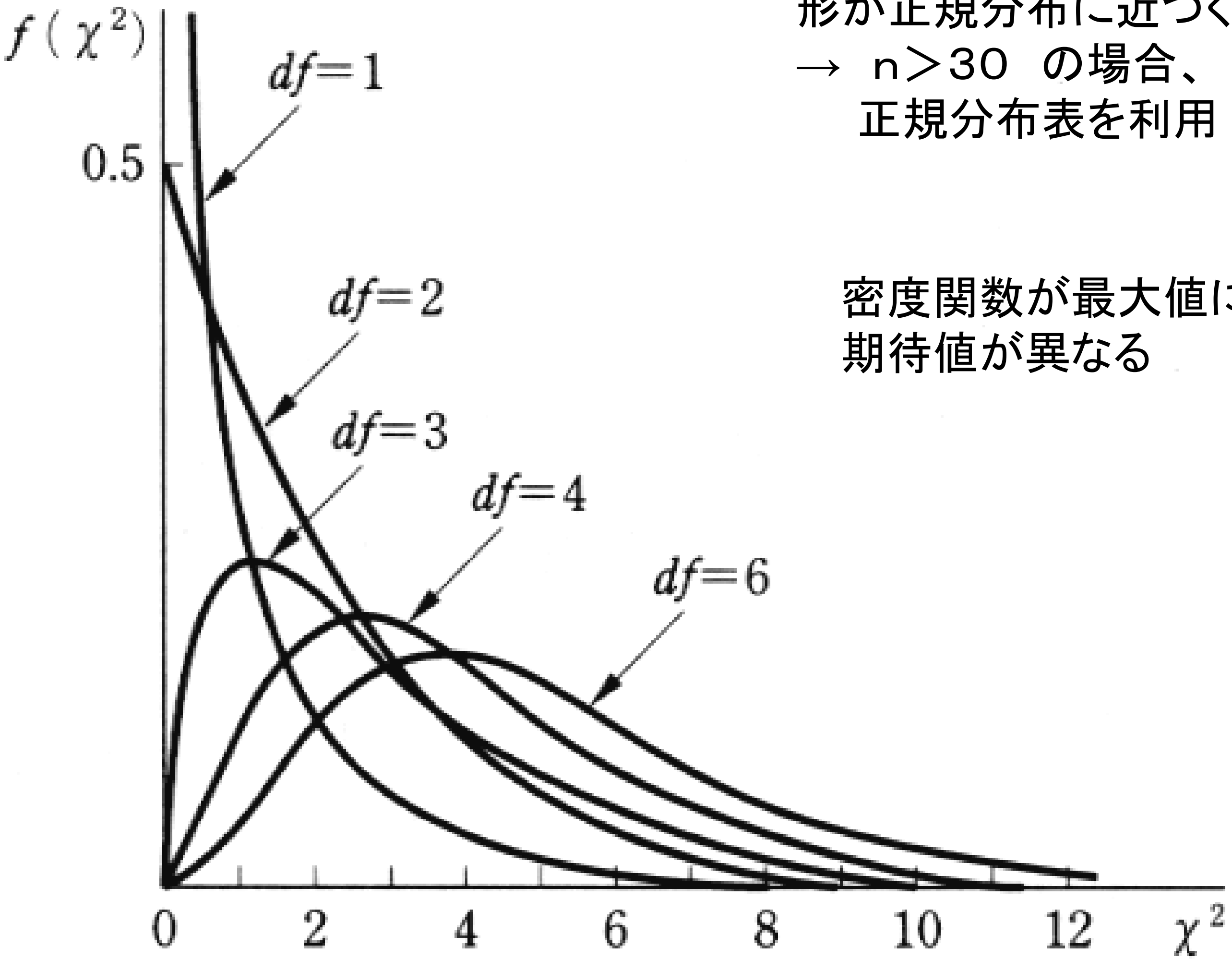
標本数 n+1

$$f(x) = \frac{1}{2\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

ガンマ関数

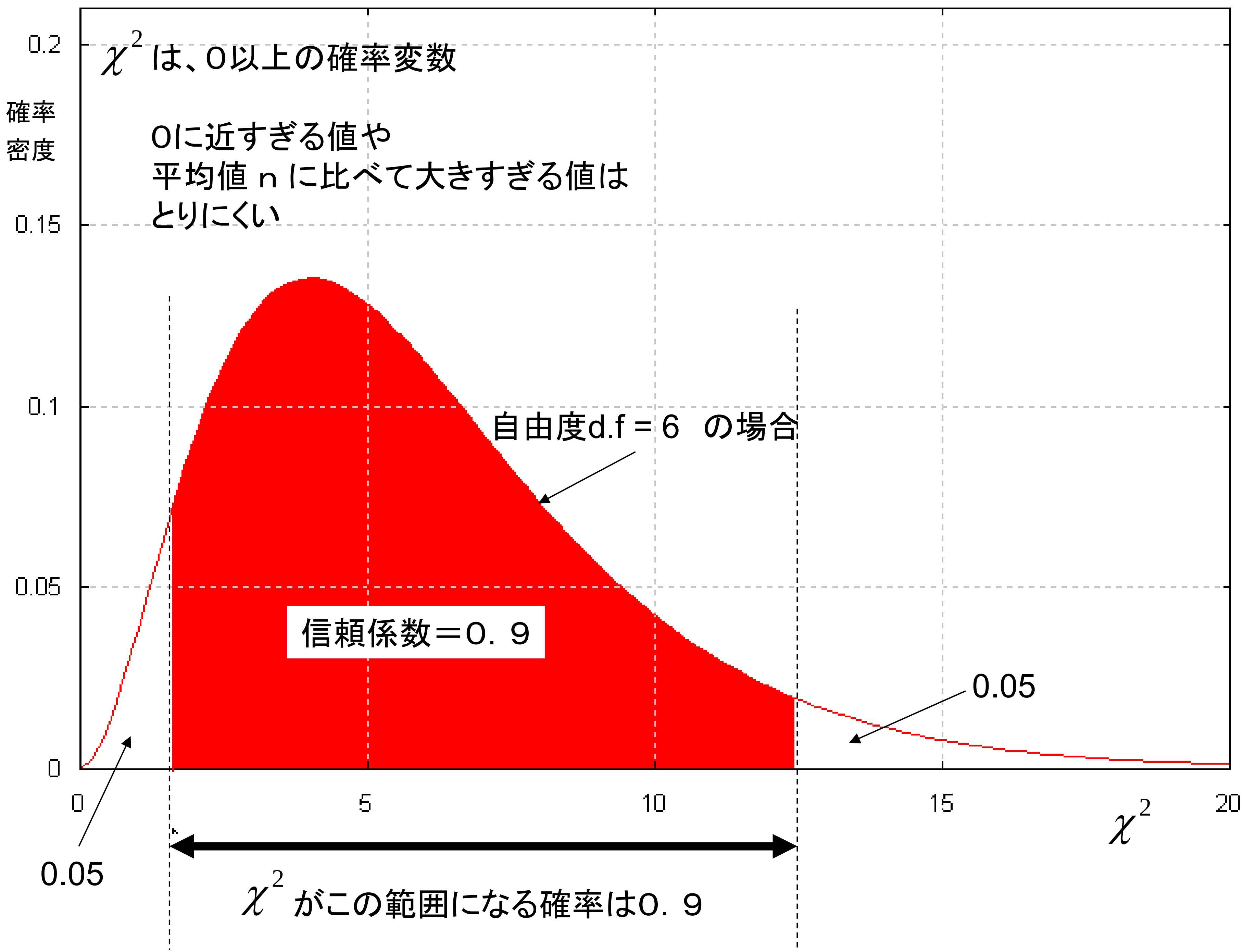
- 自由度 n の場合、
  平均値は　n
  分散は　 2n
- n→∞の極限では
  正規分布になる

自由度ｎのカイ2乗分布

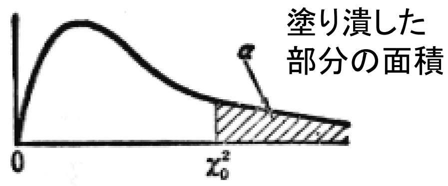


自由度ｎが大きくなると
形が正規分布に近づく
→ ｎ＞３０ の場合、
　正規分布表を利用

密度関数が最大値になる値と
期待値が異なる


0.2
0.15
0.1
0.05
0
確率
密度
χ2は、0以上の確率変数
0に近すぎる値や
平均値 n に比べて大きすぎる値は
とりにくい
自由度d.f = 6 の場合
信頼係数＝0．9
0.05
0.05
0
5
10
15
20
χ2
χ2がこの範囲になる確率は0．9

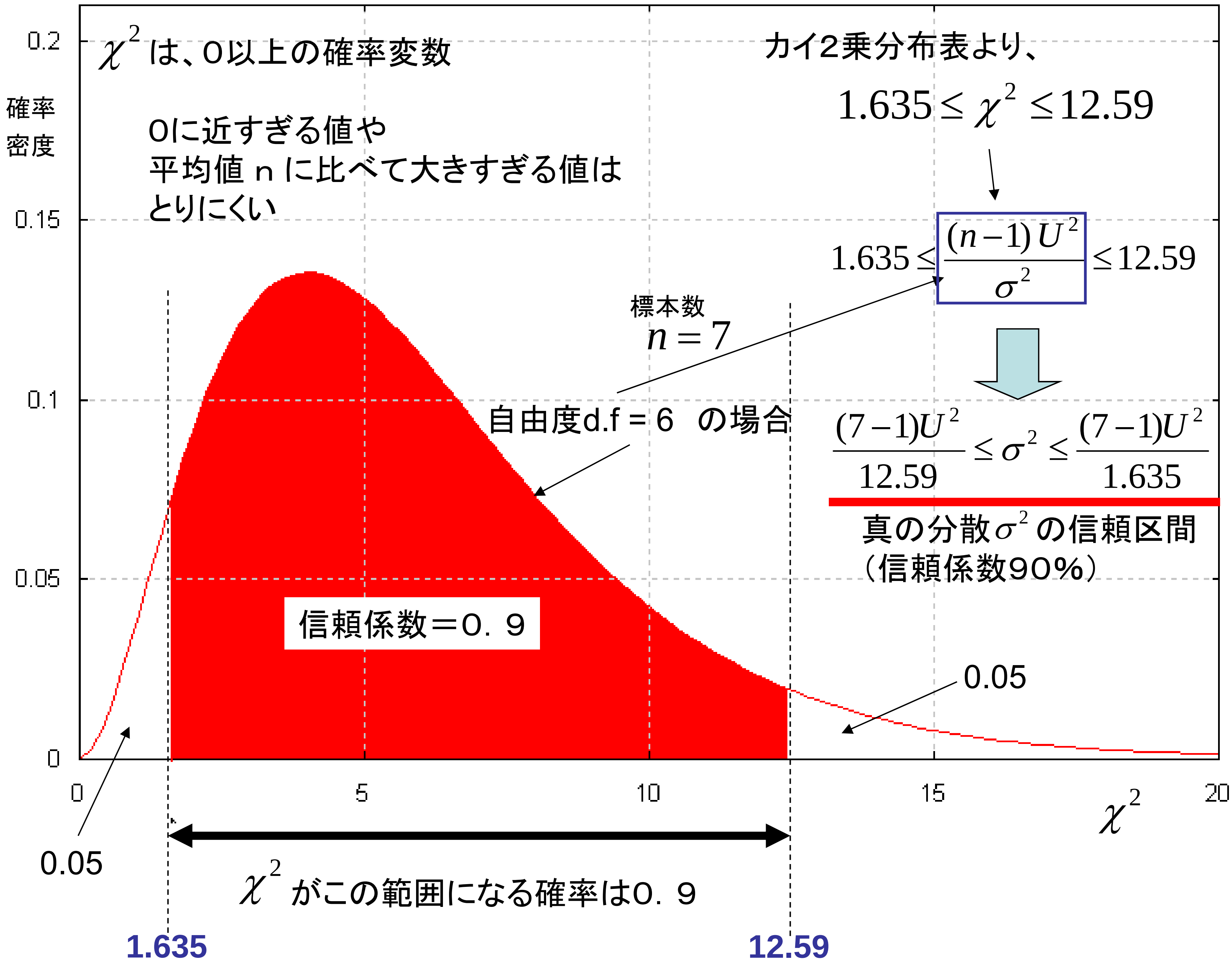
χ^2 分 布 表 $\alpha = P(X > \chi_0^2) \rightarrow \chi_0^2$



自由度 m	α 0.995	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.003	0.016	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.239	1.690	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.3
8	1.344	1.646	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.1	22.0
9	1.735	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.6	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7

自由度d.f = 6

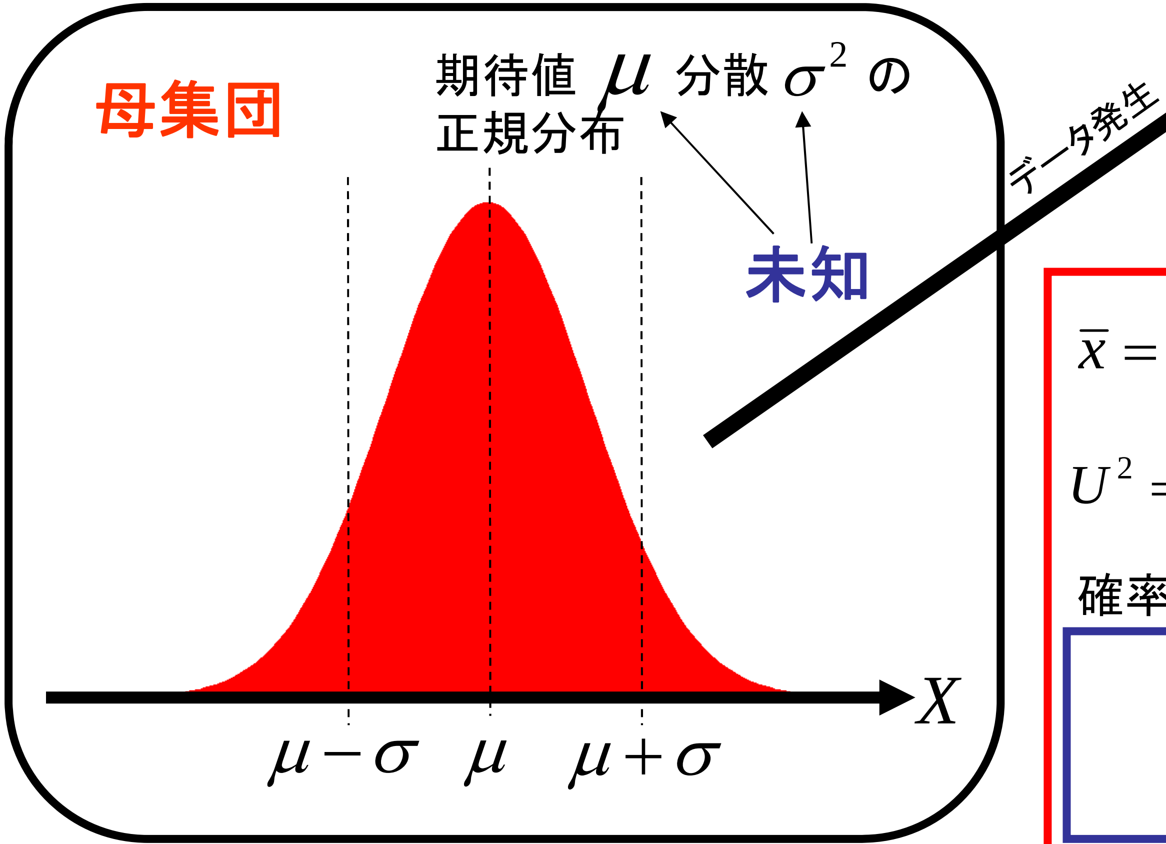
信頼係数 =0.9
で見るべき箇所



χ^2 は、0以上の確率変数
確率密度
0に近すぎる値や
平均値 n に比べて大きすぎる値は
とりにくい
カイ2乗分布表より、
$1.635 \le \chi^2 \le 12.59$
$1.635 \le \boxed{\dfrac{(n-1)U^2}{\sigma^2}} \le 12.59$
標本数
$n = 7$
自由度d.f = 6 の場合
$\dfrac{(7-1)U^2}{12.59} \le \sigma^2 \le \dfrac{(7-1)U^2}{1.635}$
真の分散 σ^2 の信頼区間
（信頼係数90%）
信頼係数＝0．9
0.05
0.05
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
5
10
15
20
χ^2
χ^2 がこの範囲になる確率は0．9
1.635
12.59

標本からの分散の区間推定（まとめ）

正規分布であることだけは既知



母集団分布に従うn個の**標本**

$$x_1, x_2, \cdots, x_n$$

標本より、母集団分布の
分散 σ^2 のとりうる範囲
を推定する

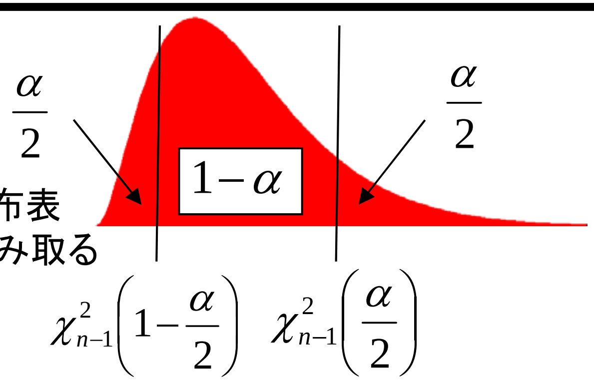
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$ 標本平均

$$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$ 標本不偏分散とすると、

確率変数

は**自由度 n-1 の カイ2乗分布**に従う

カイ2乗分布表より値を読み取る

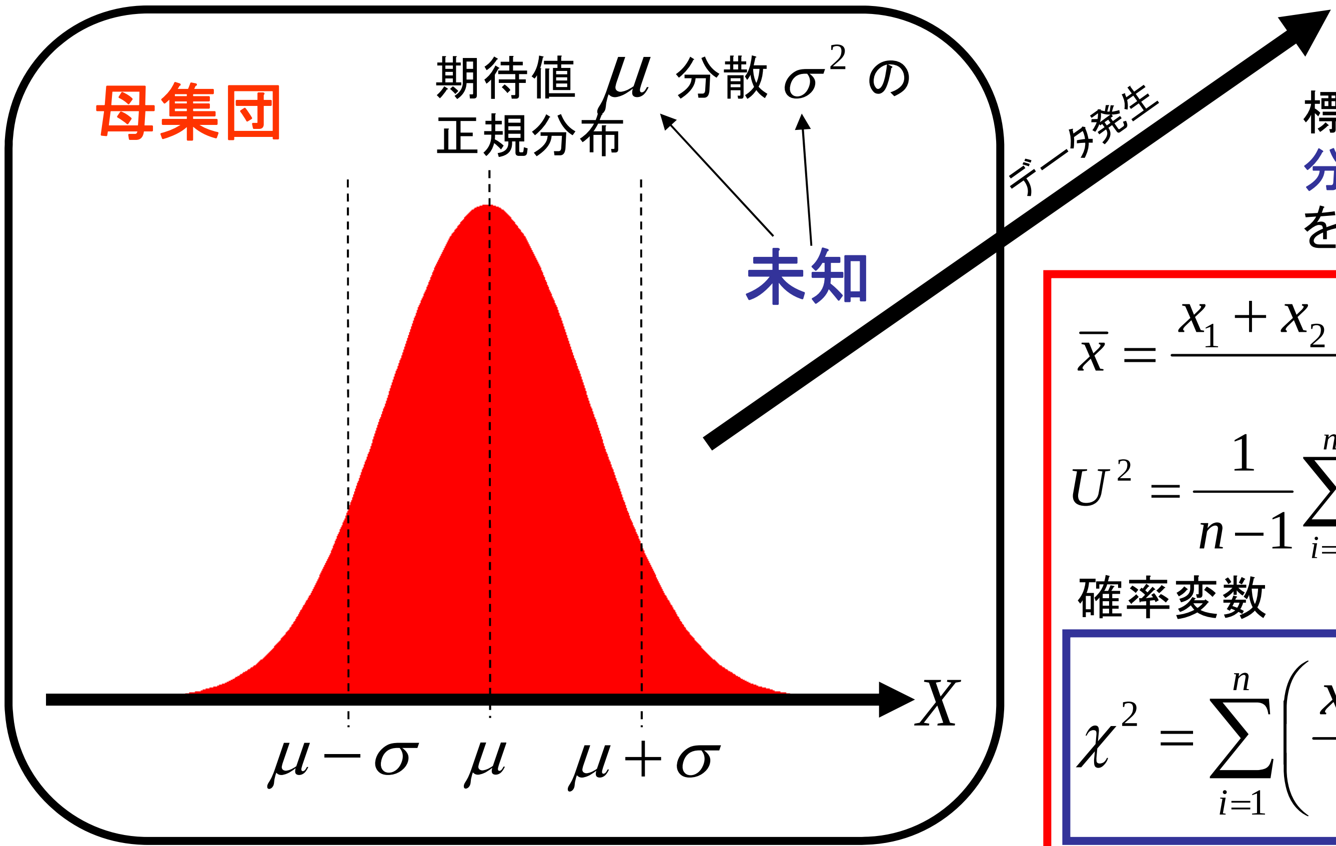


よって真の分散 σ^2 の範囲は、**信頼係数** $1-\alpha$ のとき

標本からの分散の区間推定(まとめ)

正規分布であることだけは既知

母集団分布に従うn個の標本



$$x_1, x_2, \cdots, x_n$$

標本より、母集団分布の
分散 σ^2 のとりうる範囲
を推定する

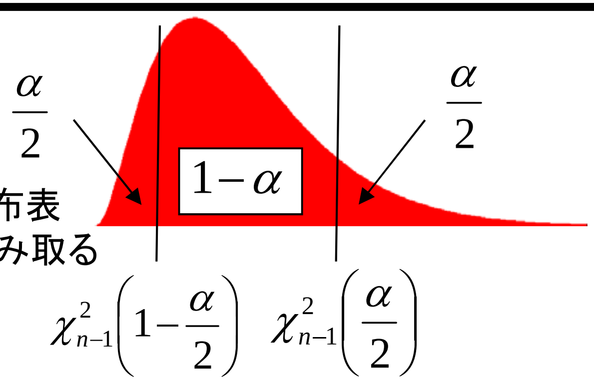
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$ 標本平均

$$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$ 標本不偏分散とすると、

確率変数

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 = \frac{(n-1)U^2}{\sigma^2}$$

は**自由度 n-1 の カイ2乗分布**に従う



カイ2乗分布表
より値を読み取る

よって真の分散
σ^2 の範囲は、
信頼係数 $1-\alpha$
のとき

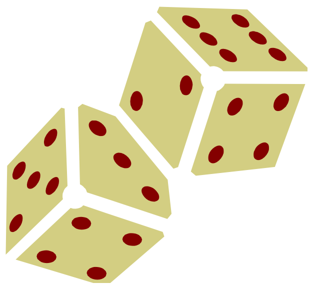
$$\frac{(n-1)U^2}{\chi^2_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)U^2}{\chi^2_{n-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$$

【参考】度数分布のばらつき＝カイ2乗分布

標本分布および母数分布が度数分布で表されているとする。
それぞれの第kクラスの度数を f_k および f_k^* ただし $k = 1, 2, \cdots, m$ とする。

観測度数　期待度数

例）サイコロを300回投げたとき観察された目の出現回数



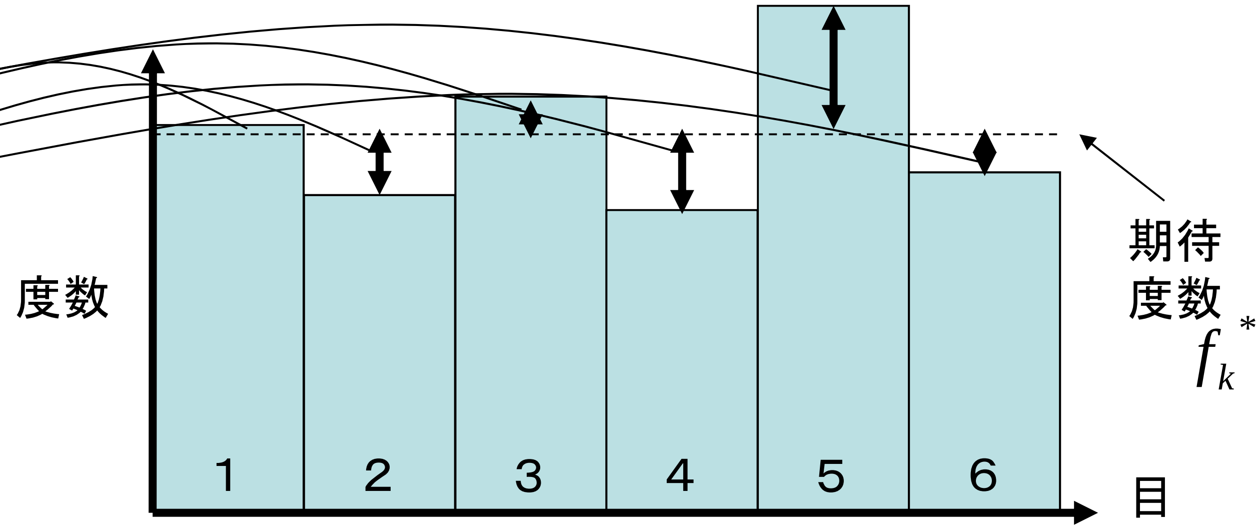
目（クラス）k	1	2	3	4	5	6	計
出現回数（観測度数）f_k	51	42	55	40	67	45	300
期待度数 f_k^*	50	50	50	50	50	50	300

全体のばらつきを集めて
正規化した統計量

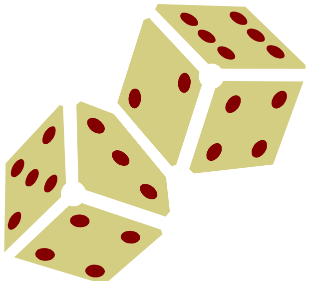
$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\left(f_k - f_k^*\right)^2}{f_k^*} \right)$$

は近似的に自由度 m-1 の
カイ2乗分布に従う

ただし、おおよそ $f_k^* \geq 5$



例） サイコロを300回投げたとき観察された目の出現回数



目（クラス） k	1	2	3	4	5	6	計
出現回数（観測度数） f_k	51	42	55	40	67	45	300
期待度数 f_k^*	50	50	50	50	50	50	300

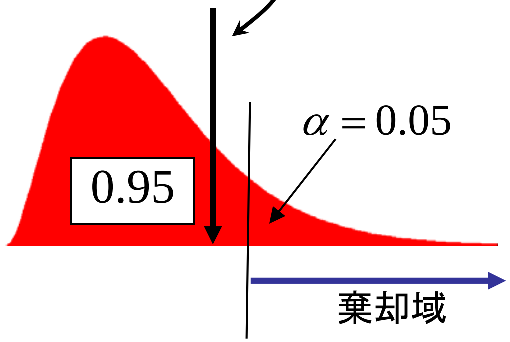
$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\left(f_k - f_k^*\right)^2}{f_k^*} \right)$$

$$= \left(\frac{(51-50)^2}{50} \right) + \left(\frac{(42-50)^2}{50} \right) + \left(\frac{(55-50)^2}{50} \right) + \left(\frac{(40-50)^2}{50} \right) + \left(\frac{(67-50)^2}{50} \right) + \left(\frac{(45-50)^2}{50} \right)$$

$$= 10.08$$

$$\chi^2 = 10.08 < 11.07$$

カイ2乗分布表より
自由度6－1＝5



$$\chi^2_{n-1}(0.05) = 11.07$$

【例題】

同一な正規分布の独立な試行で得られた n 個のデータ $x_1, x_2, \cdots, x_n$ について、

データ数 n =4 のとき、もとの正規分布の**期待値** μ と**分散** σ^2 を信頼係数90%で区間推定せよ。

標本平均 $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$

標本不偏分散 $U^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

これら $\bar{x}$ と U を使って表すこと

【例題】

同一な正規分布の独立な試行で得られた n 個のデータ $x_1, x_2, \cdots, x_n$ について、

μ σ^2

データ数 n =4 のとき、もとの正規分布の**期待値**と**分散**を信頼係数90%で区間推定せよ。

$$\begin{cases} \text{標本平均} & \bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n} \\ \text{標本不偏分散} & U^2 = \dfrac{1}{n-1}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \end{cases}$$

これら $\bar{x}$ と U を使って表すこと

データ数 n =4 のとき、自由度3

t分布表より、自由度 3 の t が -2.353 と +2.353 の間の値をとる確率は 90% つまり

$$\Pr\left\{-2.353 < \frac{\bar{x} - \mu}{U/\sqrt{4}} < 2.353\right\} = 0.9$$

$$\Pr\underbrace{\left\{\bar{x} - 2.353\frac{U}{2} < \mu < \bar{x} + 2.353\frac{U}{2}\right\}} = 0.9$$

期待値の信頼区間

【例題】

同一な正規分布の独立な試行で得られた n 個のデータ $x_1, x_2, \cdots, x_n$ について、

データ数 n =4 のとき、もとの正規分布の**期待値** μ と**分散** σ^2 を信頼係数90%で区間推定せよ。

標本平均 $$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$

標本不偏分散 $$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

これら $\bar{x}$ と U を使って表すこと

データ数 n =4 のとき、自由度3

t分布表より、自由度 3 の t が -2.353 と +2.353 の間の値をとる確率は 90% つまり

$$\Pr\left\{-2.353 < \frac{\bar{x} - \mu}{U / \sqrt{4}} < 2.353\right\} = 0.9$$

$$\Pr\left\{\bar{x} - 2.353\frac{U}{2} < \mu < \bar{x} + 2.353\frac{U}{2}\right\} = 0.9$$

期待値の信頼区間

カイ2乗分布表より、自由度 3 のχ^2 が 0.352 と 7.81 の間の値をとる確率は 90% つまり

$$\Pr\left\{0.352 < \frac{(n-1)\,U^2}{\sigma^2} < 7.81\right\} = 0.9$$

$$\Pr\left\{0.352\,\sigma^2 < (n-1)\,U^2 < 7.81\,\sigma^2\right\} = 0.9$$

$$\Pr\left\{\frac{3U^2}{7.81} < \sigma^2 < \frac{3U^2}{0.352}\right\} = 0.9$$

分散の信頼区間

【演習問題】　2018.05.15　学籍番号　氏名

ある石油会社から買ってきたC重油の1リットルサンプル16本について、硫黄の含有量を検査したところ、標本平均値 32.8 g、標準偏差（標本不偏分散のルート） 3.20g を得た。1リットルあたりの硫黄含有量の期待値と分散を信頼係数 95%で区間推定せよ。

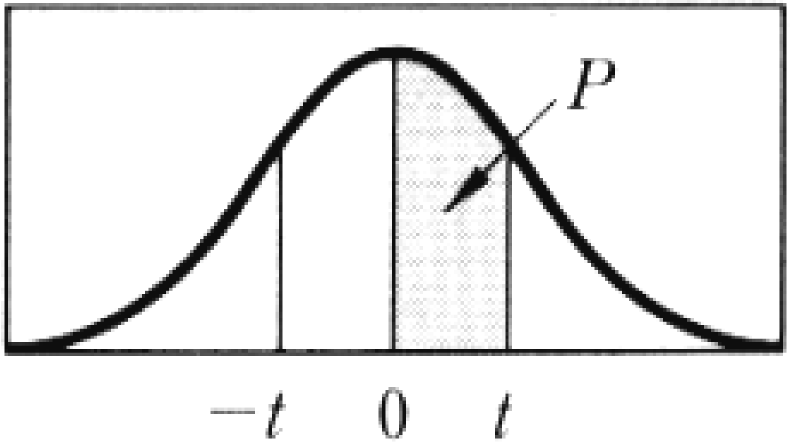
データ数 n =　　自由度d.o.f=

【期待値】

【分散】

t 分布表

自由度
（Degree of freedom）
(n-1)



カゲの部分の確率 P に対する t の値を示す。

d.f. \ P	.25	.40	.45	.475	.49	.495	.4995
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

【参考：ガンマ関数】

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(1) = 1 \quad \Gamma(2) = 1 \quad \Gamma(3) = 2$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

x が正の整数のとき

$$\Gamma(x) = (x-1)!$$

【演習問題】　　　　　　　　　　　学籍番号　　　　　　　氏名

ある石油会社から買ってきたC重油の1リットルサンプル16本について、硫黄の含有量を検査したところ、標本平均値　32.8 g、標準偏差（標本不偏分散のルート） 3.20g　を得た。1リットルあたりの硫黄含有量の<u>期待値</u>と<u>分散</u>を信頼係数 95%で区間推定せよ。

データ数 n =16 のとき、自由度15

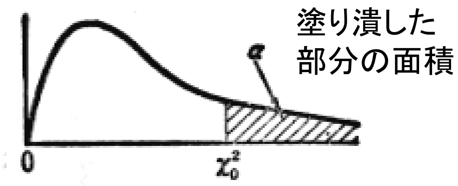
t分布表より、自由度15 の t が -2.131と +2.131 の間の値をとる確率は 95%　つまり

$$\Pr\left\{-2.131<\frac{32.8-\mu}{3.20/\sqrt{16}}<2.131\right\}=0.95$$

$$\Pr\{32.8-1.7048<\mu<32.8+1.7048\}=0.95$$

カイ2乗分布表より、自由度 15 のχ^2が ?.??　と ??.?　の間の値をとる確率は 95%

χ^2 分布表　$\alpha=P(X>\chi_0^2)\rightarrow\chi_0^2$



自由度 m	α 0.995	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.003	0.016	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.239	1.690	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.3
8	1.344	1.646	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.1	22.0
9	1.735	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.6	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7

【演習問題】　　　　　　　　　　学籍番号　　　　　　　氏名

ある石油会社から買ってきたC重油の1リットルサンプル16本について、硫黄の含有量を検査したところ、標本平均値　32.8 g、標準偏差（標本不偏分散のルート） 3.20g　を得た。1リットルあたりの硫黄含有量の**期待値**と**分散**を信頼係数 95%で区間推定せよ。

データ数 n =16 のとき、自由度15

t分布表より、自由度15 の t が -2.131と +2.131 の間の値をとる確率は 95%　つまり

$$\Pr\left\{-2.131 < \frac{32.8-\mu}{3.20/\sqrt{16}} < 2.131\right\} = 0.95$$

$$\Pr\{\underbrace{32.8-1.7048}_{31.1} < \mu < \underbrace{32.8+1.7048}_{34.5}\} = 0.95$$

カイ2乗分布表より、自由度 15 のχ^2が 6.26　と 27.5　の間の値をとる確率は 95%　つまり

$$\Pr\left\{6.26 < \frac{(16-1)\ 3.2^2}{\sigma^2} < 27.5\right\} = 0.95$$

$$\Pr\left\{\frac{15\times 3.2^2}{27.5} < \sigma^2 < \frac{15\times 3.2^2}{6.26}\right\} = 0.95$$

5.59　　　　24.5