平成28年度システム設計工学 定期試験問題

問題１

以下はある造船所で建造された肥大船の主要目と、あるフルード数におけるその船の流体抵抗値についての水槽試験データである。

要目＼船の番号	No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	No.6	No.7	No.8	No.9
C_b	0.777	0.819	0.771	0.795	0.800	0.821	0.781	0.811	0.790
L/B	5.94	7.59	6.02	6.02	6.06	6.40	5.80	5.50	6.20
B/d	2.49	2.37	2.47	2.44	2.72	2.60	2.29	2.88	2.55
C_m	0.991	0.994	0.993	0.994	0.996	0.996	0.990	0.998	0.995
lcb	-2.40	-2.60	-2.28	-2.75	-3.10	-3.01	-2.35	-3.48	-2.70
剰余抵抗値	2.80	3.03	3.16	3.11	3.39	4.26	3.13	4.11	?

このとき以下の問いに答えよ。

【問１–１】（8 点）
上記の表において、No.9 の船についての剰余抵抗値が不明なので、表のデータを利用して、この新しい船における抵抗値について多重回帰を用いて推定したい。
<u>上記の表データの数字を用いて式を作り、計算手順を説明せよ。</u>

【問１–２】（4 点）
問１–１の推定をより精度良く行うため、以下のような 5 通りの工夫を検討した。
このとき、明らかに推定計算上不都合が生じると考えられるものを全て挙げ、その理由を説明せよ。ただし単なる計算量の増加は、計算上の不都合とは考えないものとする。

1. 各船の特徴量として C_b, L/B, B/d, C_m, lcb に加えて、新しい特徴量 $x_6 = (L/B) + (B/D)$ を導入し、問１－１と同様の推定方法で計算をやり直す。
2. 各船の特徴量として C_b, L/B, B/d, C_m, lcb に加えて、新しい特徴量 $x_6 = C_b \cdot (B/d) \cdot (L/B) \cdot C_m$ を導入し、問１－１と同様の推定方法で計算をやり直す。
3. 上記の特徴量のうち、C_m の値はどの船もほとんど変わらないので、特徴量から除外し、問１－１と同様の推定方法で計算をやり直す。
4. 新しく No.10 の船についてのデータをテーブルに追加し、問１－１と同様の推定方法で計算をやり直す。このとき、この No.10 は No.2 と同型船であるため、C_b, L/B, B/d, C_m, lcb の値は No.2 と完全に同一であるが、剰余抵抗値は若干異なっている。
5. 上記のデータのうち、No.5 と No.6 と No.8 の剰余抵抗値は想定された営業フルード数から大きく外れたフルード数での抵抗値なので、これら３つのデータをテーブルから除外した上で、問１－１と同様の推定方法で計算をやり直す。

問題2

パラメータベクトル $\boldsymbol{x}$ に依存した非線形コスト関数 $f(\boldsymbol{x})$ を、等式制約条件 $h_i(\boldsymbol{x}) = 0$ ただし $i = 1, 2, \cdots m$ のもとで最小化する場合、ラグランジュの未定乗数法による解法を用いるのがお約束である。このとき以下の問いに答えよ。

【問２–１】ラグランジュの未定乗数法の処理手順を説明せよ。説明にはパラメータベクトル $\boldsymbol{x}$、コスト関数 $f(\boldsymbol{x})$、等式制約条件 $h_i(\boldsymbol{x}) = 0$、未定乗数 λ_i などの記法を用いよ。（5 点）

【問２–２】等式制約条件 $x^3 - 3xy + y^3 = 0$ のもとでの $f(x, y) = x^2 + y^2$ の最大値およびそのときの x と y の値を求めよ。（10 点）

問題3

2 点 $\boldsymbol{P_1} = [0, 0, 0]$ および $\boldsymbol{P_2} = [1, 1, 1]$ を通り、点 $\boldsymbol{P_1}$ での接線方向ベクトルが $\dot{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{1}} = [1, 0, 0]$ 点 $\boldsymbol{P_2}$ での接線方向ベクトルが $\dot{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{2}} = [0, 0, 1]$ で与えられる 3 次多項式曲線

$$\boldsymbol{P}(t) = [x(t), y(t), z(t)] = \boldsymbol{a_0} + \boldsymbol{a_1}t + \boldsymbol{a_2}t^2 + \boldsymbol{a_3}t^3$$

の係数ベクトルを全て求めよ。ただし 2 点間 $\boldsymbol{P_1P_2}$ において媒介変数 t は $0 \leq t \leq 1$ の値をとるものとする。（10 点）

問題4

組合せ最適化および数値最適化問題の両方においてパラメータベクトル $\boldsymbol{x}$ の値を探索してコスト関数 $f(\boldsymbol{x})$ の最小化を行うための焼きなまし法（Simulated Annealing: SA）の処理手順について説明した以下の文を読んで問いに答えよ：

1. 初期解候補 $\boldsymbol{x}$ を生成
2. 何らかの確率分布によって解候補 $\boldsymbol{x}$ から $\boldsymbol{x'}$ を生成（ランダムに $\boldsymbol{x}$ の近傍を選ぶことが多い）
3. 温度関数 $T(t)$ およびコスト関数 $f(\boldsymbol{x}),\ f(\boldsymbol{x'})$ に依存したある確率分布に従って 0 または 1 の値をとる確率変数（乱数）Z を生成する。ただし t は時刻（探索ステップ）を表す。
4. $Z = 1$ のとき $\boldsymbol{x}$ を $\boldsymbol{x'}$ に置き換える。
5. 時刻 t を 1 進めてステップ 2 から繰り返す

【問４–１】（3 点）上記の処理において、確率変数（乱数）$Z = 1$ をとる確率を、温度関数 $T(t)$ およびコスト関数 $f(\boldsymbol{x}),\ f(\boldsymbol{x'})$ を用いて示せ。

【問４–２】（3 点）上記の処理において、温度関数 $T(t)$ をどのような関数で与えたら良いか答えよ。

問題5

パラメータベクトル $\boldsymbol{x}$ の値を探索してコスト関数 $f(\boldsymbol{x})$ の最小化を行うための共役勾配法について、以下の説明を読んで問に答えよ：

- i 番目の方向転換をする点の座標ベクトル： $\boldsymbol{x_i}$
- 点 x_i における勾配ベクトル： $\boldsymbol{g_i}$
- 点 x_i からラインサーチを行う方向ベクトル： $\boldsymbol{p_i}$

以上の記法を用いると、共役勾配法の手順は以下のとおりである：

1. まず最初に勾配の反対方向へラインサーチを行う：$\boldsymbol{p_0} = -\boldsymbol{g_0}$
2. $\boldsymbol{x}_i$ の次の点 $\boldsymbol{x_{i+1}}$ をラインサーチで見つけた最小点とする：$\boldsymbol{x_{i+1}} = \boldsymbol{x}_i + \alpha_i \boldsymbol{p_i}$, ただし α_i は係数である。
3. 次の点 $\boldsymbol{x_{i+1}}$ での新しい探索方向 $\boldsymbol{p_{i+1}}$ は、前の探索方向 $\boldsymbol{p_i}$ と共役であるようにする。そのため、点 $\boldsymbol{x_{i+1}}$ での勾配と前の探索方向 $\boldsymbol{p_i}$ とを結合する：$\boldsymbol{p_{i+1}} = -\boldsymbol{g_i} + \beta_{i+1}\boldsymbol{p_i}$, ただし β_{i+1} は重み係数である。
4. x_{i+1} を x_i としてステップ 2 より繰り返す

【問５–１】共役勾配法の処理手順中にある「ラインサーチ」とは何か説明せよ。また代表的なラインサーチを挙げよ。（5 点）

【問５–２】共役勾配法では重み係数 β_{i+1} はどんな式で与えられるか？　勾配 $\boldsymbol{g_i}$ および $\boldsymbol{g_{i+1}}$ を用いて示せ。（2 点）

【問５–３】共役勾配法によって n 次元のパラメータベクトル $\boldsymbol{x}$ の値を探索してコスト関数 $f(\boldsymbol{x})$ の最小化を行う場合において、コスト関数が 2 次形式関数の場合、n 回のラインサーチと方向転換で最適解を見出す理由を説明せよ。（5 点）

【問４–４】共役勾配法は、有限要素法などにおいて大規模な連立１次方程式 $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ （ただし $\boldsymbol{A}$ は実対称正定値行列で表された係数行列、$\boldsymbol{x}$ は求める未知変数行列、$\boldsymbol{b}$ は係数行列）を解くのにも利用される。どのようにして共役勾配法により解くのか、解法を説明せよ。またそれが効率良く解ける理由を説明せよ。（5 点）

問題6

ボロノイ（Voronoi）分割について以下の問いに答えよ。

【問６–１】ボロノイ分割とは何か説明せよ。（2 点）

【問６–２】2 次元平面において、ボロノイ分割の隣接する母点同士を結んだ線で構成される 3 角形による分割を何と呼ぶか？またその 3 角形の性質を説明せよ。（3 点）

問題７

組合せ最適化について、以下の問いに答えよ。

【問７–１】組合せ最適化問題の難しさを表す「多項式時間問題」とは何か説明せよ。（3 点）

【問７–２】ある最適化問題を解くアルゴリズムの計算量 C が、問題の大きさを n で与えたとき

$$C = 2 \cdot n^3 + 3n \log_{10} n + 4 \cdot 2^n$$

となる場合、この計算量 C を big-O 記法で表せ。（3 点）

【問７–３】組合せ最適化問題に対する強力な解法の一つである「分枝限定法」とは、どのようなアルゴリズムか説明せよ。またその特徴を述べよ。（5 点）

【問７–４】「ダイクストラ法」とは、どのような問題を解くアルゴリズムか？またその具体的な処理手順を説明せよ。（5 点）

問題８

マルコフ過程・マルコフ決定過程について以下の問に答えよ。

【問８–１】（2 点）マルコフ過程の考え方の基本である「マルコフ性」とは何か説明せよ。

【問８–２】（2 点）マルコフ過程の解析上、重要な仮定の一つ「エルゴード性」とは何か説明せよ。

問題９

下記のように 2 学年から構成される学校がある。以下の問に答えよ.

- 1 年生において、留年（次年度も 1 年生）となる確率は 0.2、退学となる確率は 0.1、2 年生へ進級する確率 0.7
- 2 年生において、留年（次年度も 2 年生）となる確率は 0.2、退学または修了となる確率は 0.8
- 「1 年生」である状態を s_1、「2 年生」である状態を s_2、修了または退学した状態を s_3 とする。

【問９–１】修了または退学した状態 s_3 を吸収状態（終了状態）としてマルコフ過程でモデル化し、状態遷移行列を示せ。（5 点）

【問９–２】1 年生の状態からスタートした学生が修了または退学した状態 s_3 になるまでの平均年数（平均遷移ステップ数）を計算せよ。（10 点）

平成28年度システム設計工学定期試験　解答

問題１

【問１–１】（8 点）各船の特徴量 L/B, B/d, C_b, C_m, lcb を以下の変数（説明変数）x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 で表し、推進抵抗 y を以下の多重回帰によって説明する：

$$y \;=\; b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + e$$

ただし $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ は回帰係数、e は確率変動（誤差）である。
ここで、表のデータを用いて、回帰係数 $b_0, b_1, \cdots, b_5$ を求める。行と列を間違えないよう注意しながら表のデータを行列に変換すると、以下のようになる：

$$\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix} 2.80\\ 3.03\\ 3.16\\ 3.11\\ 3.39\\ 4.26\\ 3.13\\ 4.11 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} 1 & 0.777 & 5.94 & 2.49 & 0.991 & -2.40\\ 1 & 0.819 & 7.59 & 2.37 & 0.994 & -2.60\\ 1 & 0.771 & 6.02 & 2.47 & 0.993 & -2.28\\ 1 & 0.795 & 6.02 & 2.44 & 0.994 & -2.75\\ 1 & 0.800 & 6.06 & 2.72 & 0.996 & -3.10\\ 1 & 0.821 & 6.40 & 2.60 & 0.996 & -3.01\\ 1 & 0.781 & 5.80 & 2.29 & 0.990 & -2.35\\ 1 & 0.811 & 5.50 & 2.88 & 0.998 & -3.48 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix} b_0\\ b_1\\ b_2\\ b_3\\ b_4\\ b_5 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{e}=\begin{bmatrix} e_1\\ e_2\\ e_3\\ e_4\\ e_5\\ e_6\\ e_7\\ e_8 \end{bmatrix}$$

と表す。ここで、

(1) 行列 $\boldsymbol{X}$ の最初の列の要素は 1 とする

(2) 行列 $\boldsymbol{X}$ には推定しようとする船（ここでは No.9）のデータを含めない

以上の点に注意する。このとき $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{e}$ とした場合の誤差ベクトル $\boldsymbol{e}$ の平方和を最小にする回帰係数 $\hat{\boldsymbol{b}}$ は以下の式で与えられる：

$$\hat{\boldsymbol{b}} = \left(\boldsymbol{X}^{Trans}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{Trans}\boldsymbol{y}$$

剰余抵抗を推定する No.9 の船の要目 $C_b = 0.790,\ L/B = 6.20,\ B/d = 2.55,\ C_m = 0.995,\ lcb = -2.70$ を $x_1 = 0.790, x_2 = 6.20, x_3 = 2.55, x_4 = 0.995, x_5 = -2.70$ へ代入し、上で求めた回帰係数 $\hat{\boldsymbol{b}}$ を使って $y \;=\; \hat{b_0} + \hat{b_1}x_1 + \hat{b_2}x_2 + \hat{b_3}x_3 + \hat{b_4}x_4 + \hat{b_5}x_5$ より No.9 の船の剰余抵抗の推定値 y を得る。この推定の式では誤差 e の項は考えない。

【問１–２】（4 点）説明変数 $x_1, x_2, \cdots x_k$ について、任意の定数 $a_0, a_1, \cdots a_k$ を用いて関係式 $a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots a_kx_k = 0$ に近い関係が成り立つとき、データは強い多重共線関係（多重共線性）があるという。このとき回帰係数ベクトルを求める逆行列計算が不安定になり、無意味な解が出やすい。
ここで、問題文のうち、明らかに１番目の方法は上記の関係式を生み出してしまい、回帰係数ベクトルを求める逆行列計算ができないという不都合が生じる。

2 番目の方法は、新しい説明変数を既存の説明変数から生成しているが、非線形関数になっているので多重共線性は生じず、問題は無い。

3 番目の方法は説明変数を減らすだけなので何ら問題は生じない。
4 番目の方法は、多重回帰は最小２乗法であり、データの重複は問題にはならない。
5 番目の方法は、未知変数である回帰係数６コを求めるのにデータを削りすぎてデータが５コしかなくなってしまったので方程式を解くことができず、明らかに不都合が生じる。

問題２

【問２–１】（5 点）まず以下のラグランジュ関数 $L(\boldsymbol{x},\lambda)$ を導入する：

$$L(\boldsymbol{x},\lambda) = f(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i h_i(\boldsymbol{x})$$

この関数が $\boldsymbol{x}^*, \lambda^*$ において極大値または極小値となるための必要条件は以下の式で与えられる：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x_j} L(\boldsymbol{x}^*,\lambda^*) &= \frac{\partial}{\partial x_j} f(\boldsymbol{x}^*) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* h_i(\boldsymbol{x}^*) &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial \lambda_j} L(\boldsymbol{x}^*,\lambda^*) &= h_i(\boldsymbol{x}) &= 0
\end{aligned}$$

この連立方程式を解いて求めた $\boldsymbol{x}^*$ の中に求める最小点のパラメータが含まれる。

【問２–２】（10 点）最大化・最小化する式は $f(x,y) = x^2 + y^2$ で、制約条件が $x^3 - 3xy + y^3 = 0$ であるので、ラグランジュの未定乗数法により未知変数 λ を導入する。

$$F = f(x,y) + \lambda \left(x^3 - 3xy + y^3 \right)$$

とおくと、極値では以下が成り立つ：

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 3\lambda(x^2 - y) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2y + 3\lambda(y^2 - x) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = \left(x^3 - 3xy + y^3 \right) = 0 \tag{3}$$

式 (1) と式 (2) から λ を消去すると $(x + y + xy)(x - y) = 0$ となる。これと式 (3) より $f(x,y)$ の極値となる x, y の組合せは $(0,0)$, $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ である。この中で $f(x,y)$ が最大となるのは $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ のとき $f(x,y) = \frac{9}{2}$ である。

問題３

（10 点）2 点 $\boldsymbol{P_1} = [0,0,0]$ および $\boldsymbol{P_2} = [1,1,1]$ を通り、点 $\boldsymbol{P_1}$ での接線方向ベクトルが $\dot{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{1}} = [1,0,0]$ 点 $\boldsymbol{P_2}$ での接線方向ベクトルが $\dot{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{2}} = [0,0,1]$ で与えられる 3 次多項式曲線

$$\boldsymbol{P}(t) = [x(t), y(t), z(t)] = \boldsymbol{a_0} + \boldsymbol{a_1} t + \boldsymbol{a_2} t^2 + \boldsymbol{a_3} t^3$$

の係数行列は、以下のとおり $\boldsymbol{a_0} = [0 \ \ 0 \ \ 0]$
$\boldsymbol{a_1} = [1 \ \ 0 \ \ 0]$
$\boldsymbol{a_2} = [1 \ \ 3 \ \ 2]$
$\boldsymbol{a_3} = [-1 \ \ -2 \ \ -1]$

問題４

【問４–１】（３点）SA において、$Z-1$ をとる確率＝ボルツマン分布

$$P(Z=1) = \frac{1}{1+\exp\left(\frac{f(x')-f(x)}{T(t)}\right)}$$

【問４–２】（３点）$T(t) = \frac{k}{\log(t+2)}$ ただし k は任意の係数。しかしこれでは収束が極めて遅いので $T(t) = k/t$ とする場合もある。

問題５

【問５–１】（５点）
ラインサーチとは、1 次元空間 x において関数 $f(x)$ の極小値または極大値となるパラメータ x の値を求めるアルゴリズムである。代表的ラインサーチとして黄金分割法や逆放物線補間などがある。

【問５–２】（２点）　Fletcher-Reeves 法：

$$\beta_{i+1} = \frac{\boldsymbol{g_{i+1}^T g_{i+1}}}{\boldsymbol{g_i^T g_i}} = \frac{||\boldsymbol{g_{i+1}}||^2}{||\boldsymbol{g_i}||^2}$$

または Polak-Ribiere 法：

$$\beta_{i+1} = \frac{(\boldsymbol{g_{i+1}} - \boldsymbol{g_i})^T \boldsymbol{g_{i+1}}}{\boldsymbol{g_i^T g_i}}$$

【問５–３】（５点）2 次形式関数 f は、f の 2 次の項を構成する $n \times n$ 行列の n 個の共役ベクトル集合を用いると、各共役ベクトル毎の関数の線形和で表わされる。よって、探索開始点から順次共役ベクトル方向の関数の断面について最小化を行えば最適解を得られる。共役勾配法では、新しい探索方向は、今まで探索してきた方向とは異なる新しい共役ベクトル方向なので、探索開始点から順次共役ベクトル方向の関数の断面について最小化を行っていることになり、n 回のラインサーチで最適解を得る。

【問５–４】（５点）連立一次方程式 $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ の各行列を用いて以下の２次形式コスト関数 $f(\boldsymbol{x})$ を考える：

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{Ax} - 2\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{b}$$

このコスト関数 $f(\boldsymbol{x})$ を最小化する $\boldsymbol{x}$ を共役勾配法で求める。このとき、最小点では $df(\boldsymbol{x})/d\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ より $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ を満たすので、求める連立１次方程式の解を得る。
共役勾配法は n 次元の２次形式コスト関数に対して n 回のラインサーチで効率良く最適化を得られるため、上記の方法で効率良く連立１次方程式の解を得ることができる。

問題６

【問６–１解答】（2 点）空間中に配置されている複数の点（母点）の、どの点に最も近いかによって空間を分割してできる図をボロノイ図（Voronoi graph）といい、その分割をボロノイ分割という。

【問６–２解答】（3 点）ドロネー分割・ドロネー図

- ドロネー分割による 3 角形の外接円の中心はボロノイ分割における各ボロノイ点（ボロノイ分割の多角形の頂点）に等しい
- ドロネー 3 角形の外接円の内部に、他の母点は含まれない

問題７

【問７–１解答】（3 点）組合せ最適化問題の難しさを表す「多項式時間問題」とは、問題の大きさ（記述長）をｎとしたとき、計算量（計算時間や記憶容量）が $O(n^{\alpha})$ （ただし α は定数）である問題、あるいはそのような時間で解くことが保障されるアルゴリズムが存在する問題。

【問７–２解答】（3 点）Big-O 表記では、

- 定数係数を無視する
- 問題の大きさ n が大きくなった場合に影響する項だけを抽出する

よって $C = O(2^n)$

【問７–３】（5 点）分枝限定法は、解候補をツリー状の列挙図によって列挙・評価していく途中で、解の可能性の無い、あるいは可能性の低い枝を刈ることで探索空間を減らす探索方法である。この枝刈りを行う際、解の可能性の無い枝だけを刈れば最適解を得ることができる。

【問７–４】（5 点）「ダイクストラ法」とは、重み付きグラフにおける 2 点間の最短（最小コスト）経路を $O(n^2)$ の計算量で解くことが保障される経路探索アルゴリズムである。ここで n は問題の記述長を示す。、以下のような処理手順で構成される：
まず全ての節点（ノード）をつぎの３種類に分類する：
・始点からその節点へ行く最短の経路が分かった節点の集合　T
・集合Ｔに属する節点から直接訪れることのできる節点の集合　F
・ＴとＦ以外の節点の集合　　U
これら集合Ｔ，Ｆ，Ｕを用いて以下を繰り返す：

1. Ｆに属する節点から、始点からの距離が最短のものを選び、集合Ｔからその節点へと移動するエッジ（リンク）を記録して、その選んだ節点を集合Ｔに加える。このとき最短コストをその節点に記録しておく。
2. Ｔの中に目的地の節点が含まれるまで手順 1 から繰り返す。

最後に目的地の節点から上記の記録されたエッジ（リンク）を順にコストが小さくなる方向へとたどれば最短経路が得られる。

問題８

【問８–１】マルコフ性とは、状態遷移確率が現在の状態にのみ依存し、過去の履歴に依存しないこと。(2 点)

【問８–２】
エルゴート性とは、任意の状態 s からスタートし，無限時間経過した後の状態分布確率が最初の状態 s に無関係になる性質. (2 点)

問題９

【問９–１】(5 点)

$$P = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

【問９–２】(10 点) 基本行列を M とすると、

$$M = (I-Q)^{-1} = \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.2 & 0.7 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{35}{32} \\ 0 & \frac{5}{4} \end{bmatrix} \tag{5}$$

よって吸収状態に陥るまでの平均ステップ数は

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{35}{32} \\ 0 & \frac{5}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{75}{32} \\ \frac{5}{4} \end{bmatrix} \tag{6}$$

よって $\frac{75}{32}$ ステップ（年)。

【参考文献】
［１］早川 毅 著：　回帰分析の基礎　 朝倉書店 (1986).

本試験問題および解答に疑問がある場合は，2 月 17 日（金）午後３時までに，
W２号館６階６３４号室の木村まで申し出ること。

システム設計工学 解答用紙 学籍番号________________氏名______________________

紙面が足りない場合は裏面も使用すること。