

和文題目:

マルコフ過程って何ですか？

著者:

木村 元*

English Title:

What is Markov processes?

Author:

Hajime KIMURA*

マルコフ過程って何ですか？

とある大学の研究室へ所属したばかりのアイさんが、デスクに数冊の教科書を積み上げて泣きそうになりながら何やらため息をついています。そこへ先輩の大学院生のサイ君がやってきました。

アイ 「うーん...」

サイ 「よっ、何悩んでるんだ？」

アイ 「ああ、サイ先輩、さっき教授に呼ばれて、まずマルコフ過程を勉強しろ、卒論研究の話はそれからだと言われて、これらの教科書を渡されたんですよ。」

サイ 「そうか...うちの学科の必修科目では教えて無いもんね。」

アイ 「でも、何だか数式やら行列ばかりで難しそうだし、そもそもマルコフ過程って何なんですか？なんか古いアニメのキャラやら過激な政治指導者とかを連想するんですけど...」

サイ 「何だそりゃ？教科書を読む前から挫折してるのか。困った後輩だな...」

アイ 「サイ先輩～、サルでも分かるように教えてくださいよ～」

サイ 「じゃあ簡単に概要を説明するよ。まずこれは確率過程、すなわち状態が時間の経過に伴って確率的に変化するようなシステムを表現したり解析するためのモデルの1つだ。特に、未来の状態が現在の状態だけで決まり、過去の挙動とは無関係になるという『マルコフ性』を有する確率過程を『マルコフ過程 (Markov Process)』と言うんだ。」

アイ 「例えばどんな事がマルコフ過程で扱われているんですか？」

サイ 「そうだな...工学分野では在庫管理、生産管理、待ち行列、経営戦略、野球のようなゲームにおける戦略などのように、サービスの要求発生が客の気まぐれなどに左右されるような事に使われているのを最初に読んだ教科書で勉強したよ。ほら、アイさんが先生から渡された教科書の中に『オペレーションズリサーチ (OR)』に関するのがあるだろ？それがそうさ。」

アイ 「ふーん。経営工学の分野で使われているんですね。でも、こっちの教科書は『情報理論』とか『通信理論』みたいなことが書いてありますけど、これは何なんですか？」

サイ 「それは、通信路を情報が流れる様子をマルコフ過程で表して、通信システムを解析するんだよ。」

アイ 「それってどういうことですか？」

サイ 「例えば、インターネットは遠い外国のサーバか

ら文字列や画像・動画データが通信路を使って君のPC上のブラウザに表示されてるだろ？このとき、膨大なデータをやり取りするためにデータを圧縮したり、通信路の途中でノイズが混入してデータが変わってしまうことがあるので、これを訂正する処理を行ったりと、けっこう高度なことが行われているんだよ。この通信路を流れる信号の規則性をマルコフ過程で表すことで、データの圧縮や誤り訂正の理論を構築しているんだ。例えば、一般的な英文の場合、文字't'の次には'h'や'e'が出現しやすかったり、文字'e'の次には'a'や'n'が出現しやすい、といった特徴があるよね。そこで現在の時刻 t で流れている文字を状態 S_t とし、その次に来る文字を時刻 $t+1$ の状態 S_{t+1} と置いて、通信路を英文が流れていく規則性を条件付き確率 $P(X|S_t)$ で表せば、時間の経過とともに変化していく文字をマルコフ過程で表したことになる。ここで $P(X|S_t)$ は、時刻 t のとき S_t という文字だったら(条件部)、次にくる文字が X である確率を表す。ここで確率変数 X はアルファベットA~Zおよびスペースコンマ・ピリオドなどの記号を状態量の値としてとる。」

アイ 「画像や音声などの伝送もマルコフ過程で表すんですか？」

サイ 「うん。同じマルコフ過程で表すにしても状態量の定義によって表現法は色々だけだね。例えば画像の場合、左上端のピクセルから右方向へ順番に輝度情報を見ていき、右端まで来たらその1つ下の行のピクセルを再び左端から順に見ていく場合、ある位置にあるピクセルの輝度の値を状態量 S_t とすると、次のピクセルの輝度の値 X の規則性を条件付き確率 $P(X|S_t)$ と表すことが可能だ。するとこの輝度情報の(時)系列はマルコフ過程になる。一般に、写真のような画像の場合、隣り合うピクセルの輝度は多くの場合あまり差が無いという特徴があるよね。」

アイ 「なるほどー。確率的な状態遷移の規則性を条件付き確率で表現するんですね。」

サイ 「特に、状態量が離散的で、とりうる状態の種類が有限の場合、離散マルコフ過程とかマルコフ連鎖と呼ばれていて、状態遷移の条件付き確率を行列で簡潔に表して解析できるんだ。」

アイ 「でもサイ先輩、そんなふうに現象をマルコフ過程で表現して、どんな事が分かるんですか？」

サイ 「現在の状態から、未来についてを予測することができるんだよ。この未来というのは、1ステップ遷

移後, 2ステップ遷移後, n ステップ遷移後から無限時間経過後まで考えて, そのときそれぞれの状態になる確率がどのくらいなのか, すなわち状態確率分布を単純な行列の積で計算できるんだ. また, 現象がゴールのような何らかの終端状態を持つ場合, そのようなマルコフ過程を吸収マルコフ過程, 終端状態のことを吸収状態と呼んで, ある状態からスタートして吸収状態に陥るまでの時間(平均吸収時間)とか, 吸収状態に陥るまでに特定の状態を訪問する平均回数なども単純な行列計算で求められる. 逆に終端状態というのが存在せず, ずっと動き続けるような現象においては, 収束の速さといって, ある状態からスタートして定常な遷移過程になるまでに要する時間の大小関係の評価することもできるよ」

アイ 「抽象的な話なのでマルコフ過程のありがたみが今一つ実感できないので, 何か具体的な使用例で説明してください~」

サイ 「そうだな. 教科書に出ている有名な応用例に高齢患者の社会復帰プログラムの効果分析というものがある [1]. 高齢の患者が健康な状態, 病気で自宅療養している状態, 病気で入院している状態, 死亡している状態(吸収状態)を考え, 過去のデータから一定期間後に他の状態へ遷移する確率を求めてマルコフ過程によるモデルを作る. すると, 一般的な高齢患者が病院で過ごす期間や死亡に至るまでの平均年数などを計算できる. また, マルコフ過程では, 状態遷移確率に加えて状態遷移に伴うコストや報酬をモデルに組み込むことにより, 平均コストやコスト合計の平均値も計算できる. 高齢者の医療費を補助する政府にとって, その負担軽減は重要なので, 同じ予算で補助を行うのであれば, 病院で入院中の患者に対して補助を行うのと, 自宅療養中の患者に対して補助を行うのでは, トータルの医療費削減においてどちらがより効果的かを上記のマルコフモデルを使って評価したという例がある」

アイ 「なるほど. 経営工学の分野ではこういう使い方をするんですね. とところで最近はやりの学習システムとか比較的最先端の分野でよくマルコフ過程という言葉を目にするんですが, これはどうしてですか?」

サイ 「うーん, ファクトリーオートメーション(FA)やオフィスオートメーション(OA)という言葉のように, コンピュータの発達によって様々な作業がコンピュータやロボットに置き換えられてきたけど, 一方でそのような置き換えが未だに難しい作業がある. その難しさの原因の一つに状態遷移や観測の『不確実性』を扱う必要があるのにこれをうまく扱えてい

なかったということがあるんだ. そこでこれらをうまく扱うための方法論のベースとしてマルコフ過程が使われているということだと思うよ.

アイ 「不確実性を扱う作業って何ですか?」

サイ 「例えば音声認識なんかが典型かな. 最新の音声認識では, 音声信号の特徴量から言葉を認識するけど, 言葉を構成する文字の遷移はさっきの通信路における英文みたいにマルコフ過程であると考え, さらに音声信号の特徴量にはノイズが乗りまくってるから, その不確実性についても条件付き確率と考えると定式化する. これは隠れマルコフ過程といって, このモデルを利用すると音声認識の性能としては精度は高いが不完全な観測情報から状態を推定する必要があり, かなりの計算量を要求されるので最近までリアルタイム処理は難しかったんだ」

アイ 「さっきサイ先輩はFAって言っていましたけど, ロボットの制御などにも使われるのですか?」

サイ 「実際の工場の中の組立てロボットや溶接ロボットに使われることはほとんど無いと思うけど, 研究用の探査ロボットの制御などではマルコフ過程を利用した研究がされているよ. 実環境では, 同じ状態で同じ動作を選択したとしても, 摩擦や誤差などの要因によって状態遷移結果が異なることがある. 工場内で動くロボットだとかいうのはエラーになってしまうが, このような不確実性をいわば当然存在するものと想定し, ロボットが動き回る環境をマルコフ過程でモデル化してコストが最小になる行動を求めていくことでうまく対処していこうという新しい考え方だ. ロボットのように, ある状態において選択可能な行動が複数あり, 各行動によって状態遷移確率が異なるような場合, マルコフ決定過程(Markov Decision Process: MDP)という特殊なマルコフ過程を用いて表現することがあるよ」

アイ 「なるほど, 状態遷移に不確実性が存在するシステムを解析する基本的な方法論だから, いろいろな分野で使われているんですね. サイ先輩の説明でよく分かりました. ありがとうございます. さあ, 今日の勉強はこれで終わりにして動画サイトでも見ようっと」

サイ 「おいコラ, まだ教科書を1ページも読んでないのに終わりでいいのか!？」

参考文献

- [1] 森村 英典, 高橋 幸雄 著: ORライブラリー18 マルコフ解析, 日科技連出版社.(1979)